UCA - Marrakech -FP –Safi Année Universitaire 19/20
Mécanique du solide

Planche 6 : Energétique des solides

**Problème :**

Une demi sphère pleine de centre C, de rayon R, de masse M, de centre d'inertie G est animée d'un mouvement plan par rapport au repère fixe $R_o(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$. Elle est en contact avec le sol lisse en A et le mur lisse au point B. Elle glisse sans frottement sur les deux points.

Le tenseur d'inertie de la demi sphère pleine en son centre C dans le repère $R_1(C, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ est donné par :

$$I_{C/R_1} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \text{ avec } A = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{et CG=a}$$

1. Déterminer la vitesse et l'accélération absolue du point G dans $R_0$ et $R_1$ ;
2. Calculer les réactions $N_A$ et $N_B$ en fonction de $\theta$ , $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ et $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ en utilisant le théorème de la résultante dynamique ;
3. En utilisant le théorème du moment dynamique trouver l'équation différentielle de mouvement de la demi sphère;
4. En intégrant l'équation de mouvement et en prenant les conditions : $\theta(0) = 0 \; et \; \dot{\theta}(0) = 0$.
   Montrer que l'on a : $\dot{\theta}^2 = \frac{2Mga}{A}\sin(\theta)$
5. Retrouver l'expression de $\dot{\theta}^2$ en utilisant la conservation de l'énergie mécanique totale ;
6. En déduire les expressions des réactions $R_A \; et \; R_B$ , et de l'angle limite $\theta_l$ pour lequel la demi sphère pleine quitte le mûr.